Les quatre opérations fondamentales

a. Une addition

- Additionner, c'est ajouter, mettre ensemble, faire « plus ».
- Une addition est l'opération qui permet d'ajouter un terme à un autre.
  Ex. : 34 + 67 = 101
- La <u>somme</u> est le résultat d'une addition.
  Ex. : 34 + 67 = **101**

b. Une soustraction

- Soustraire, c'est enlever, diminuer, faire « moins ».
- Une soustraction est l'opération qui permet d'enlever un terme à un autre.
  Ex. : 100 – 65 = 35
- La <u>différence</u> est le résultat d'une soustraction.
  Ex. : 100 – 65 = **35**

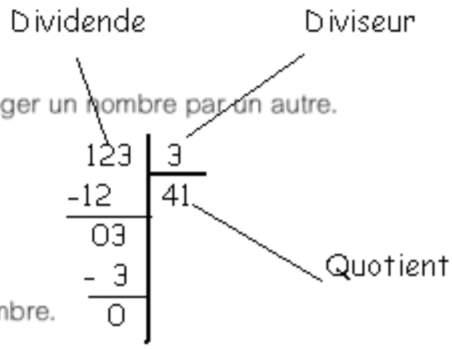
c. Une multiplication

- Multiplier, c'est reproduire, prendre plusieurs fois, faire « fois ».
- Une multiplication est l'opération qui permet de prendre plusieurs fois un nombre.
  Ex. : 5 x 2 = 10
- Le <u>produit</u> : est le résultat d'une multiplication.
  Ex. : 5 x 2 = **10**
- Le <u>multiplicande</u> : est le nombre que l'on multiplie.
  Ex. : **5** x 2 = 10
- Le <u>multiplicateur</u> : est le nombre qui multiplie.
  Ex. : 5 x **2** = 10

```
  123  --> Multiplicande
×   5  --> Multiplicateur
  615  --> Produit
```

d. Une division

- Diviser, c'est couper, partager, faire « divisé ».
- Une division est l'opération qui permet de partager un nombre par un autre.
  Ex. : 100 : 4 = 25
- Le <u>quotient</u> : est le résultat d'une division.
  Ex. : 100 : 4 = **25**
- Le <u>dividende</u> : est le nombre que l'on divise.
  Ex. : **100** : 4 = 25
- Le <u>diviseur</u> : est le nombre qui divise l'autre nombre.
  Ex. : 100 : **4** = 25



Les propriétés des opérations

a. Vocabulaire de base

Les **termes** d'une opération sont les nombres avec lesquels on réalise l'opération.
12 et 25 sont les termes de l'addition 12 + 25 ou de la soustraction 25 – 12.

Les **facteurs** d'un produit sont les éléments qui interviennent dans ce produit.
3 et 4 sont les facteurs du produit 3 x 4.

b. La décomposition

Décomposer un nombre, c'est le séparer en éléments qui le constituent.

12 + 6 est une décomposition additive de 18.
2 x 9 est une décomposition de 18 en facteurs.
2 x 3 x 3 est la décomposition de 18 en facteurs premiers.

c. L'associativité

Associer des nombres, c'est les réunir, les mettre ensemble afin de faciliter la résolution d'une opération.
Une opération est associative si on peut choisir les nombres à réunir sans modifier le résultat de l'opération.
L'addition et la multiplication sont associatives, alors que la soustraction et la division ne le sont pas.

Exemple : $149 + 16 + 251 = (149 + 251) + 16 = 300 + 16 = 316$

d. La commutativité

Commuter des nombres, c'est les changer de place dans l'écriture de l'opération afin de faciliter la résolution du calcul.
Une opération est commutative si on peut changer les termes ou les facteurs de place sans modifier le résultat.
L'addition et la multiplication sont commutatives, alors que la soustraction et la division ne le sont pas.

Exemple : $0{,}5 \times 32 = 32 \times 0{,}5 = 16$

e. La distributivité

Distribuer un nombre, c'est le répartir sur les autres termes de l'opération.
Dans une multiplication ou dans une division, la distributivité permet de décomposer, en une somme ou une différence, un terme de l'opération et de répartir sur l'autre terme les nombres obtenus.

Exemple : $\underbrace{252}_{240 \quad 12} : 6 = (240 : 6) + (12 : 6) = 40 + 2 = 42$

f. La compensation

Compenser, c'est équilibrer, corriger, neutraliser.
La compensation est un procédé de calcul qui permet de transformer une opération en une autre opération de même résultat.
La compensation est utilisée pour rendre un calcul plus facile à résoudre en simplifiant ces termes.

Exemple : $42\,000 \times 0{,}02 = 420 \times 2 = 840$

Les nombres entiers : quelques techniques…

a. *J'additionne des nombres entiers*

a. Le procédé de base : la décomposition

Procède toujours ainsi :

$$298 + 437 = (200 + 400) + (90 + 30) + (8 + 7)$$
$$= 600 + 120 + 15$$
$$= 735$$

b. La commutativité : changer les termes de place

$68 + 639 = 639 + 68$
$= 707$

c. L'associativité

$234 + 475 + 225 + 66$
$= 234 + \mathbf{(475 + 225)} + 66$
$= 234 + 700 + 66$
$= 934 + 66$
$= 1\,000$

d. Utiliser la commutativité et l'associativité

162 + 545 + 338 + 455 = (162 + **338)** + **(545** + 455)
= 500 + 1 000
= 1 500

e. Autre procédé

365 + 197 = 365 + **(200 – 3)**
= 565 – 3
= 562

f. La compensation croisée dans l'addition

Si j'ajoute un nombre à l'un des termes de l'addition, je retire ce même nombre à l'autre terme.

217 + 498 = ↓ -2 ↓ + 2 215 + 500 = 715

ou

217 + 498 = ↓ -17 ↓ + 17 200 + 515 = 715

b. *Je soustrais des nombres entiers*

a. Le procédé de base : la décomposition

Procède toujours ainsi : 735 – 216 = 735 – **200 – 10 – 6**
= 535 – 10 – 6
= 525 – 6
= 519

b. Autre procédé

567 – 289 = (567 – 300) + 11
= 267 + 11
= 278

c. La compensation parallèle dans la soustraction

Si j'ajoute (ou retire) un nombre à l'un des termes de la soustraction, j'ajoute (ou je retire) ce même nombre à l'autre terme.

432 – 293 = ↓ + 7 ↓ + 7 439 – 300 = 139

ou

432 – 293 = ↓ – 32 ↓ – 32 400 – 261 = 139

c. ***Je multiplie des nombres entiers***

a. Le procédé de base : la décomposition suivie de la distribution

Procède toujours ainsi : 12 x 170 = (**10 + 2**) x 170
= (**10** x 170) + (**2** x 170)
= 1 700 + 340
= 2 040

b. Autre procédé

16 x 28 = 16 x (**30** – **2**)
= (16 x **30**) – (16 x **2**)
= 480 – 32
= 448

c. La commutativité : changer les termes de place

170 x 12 = 12 x 170
= 2 040

d. L'associativité

25 x 8 x 6 x 15 = **(**25 x 8**)** x **(**6 x 15**)**
= 200 x 90
= 18 000

e. Utiliser la commutativité et l'associativité

6 x 25 x 3 x 4 = 6 x **(**25 x **4)** x **3**
= **(**6 x 100**)** x 3
= 600 x 3
= 1 800

f. La décomposition en facteurs et associativité

70 x 40 = (7 x 10) x (4 x 10)
= 7 x 4 x 10 x 10
= 28 x 100
= 2 800

25 x 32 = 25 x **4** x **8**
= 100 x 8
= 800

g. La compensation croisée dans la multiplication

Si je multiplie un facteur par un nombre, je divise l'autre facteur par ce même nombre.

48 x 125 =
↓ : 8 ↓ x 8
6 x 1 000 = 6 000

h. ***J'utilise le carré magique :*** 124 x 76

1. Je décompose chaque nombre et je place les différentes parties dans le tableau.
2. Je complète chaque case en multipliant les deux facteurs.
3. J'additionne tous les produits obtenus à l'intérieur du tableau.

x	70	6
100	***7000***	***600***
20	***1400***	***120***
4	***280***	***24***

124 x 76 = 7000 + 600 + 1400 + 120 + 280 + 24

d. Je divise des nombres entiers

a. La décomposition du nombre à diviser

644 : 7 = (630 : 7) + (14 : 7)
= 90 + 2
= 92

0	350
70	420
140	490
210	560
280	$\boxed{630}$

1. Je regarde le diviseur et je note sa grande table
2. Je choisis 630 car il est le plus proche de 644
3. Je décompose le nombre en nombres divisibles par 7
644 = 630 + 14
4. Je divise chaque nombre par 7 et j'additionne le tout.

b. La décomposition du diviseur en facteurs

490 000 : 700 = (490 000 : **7**) : **100** car 700 = 7 x 100
= 70 000 : 100
= 700

14 424 : 12 = (14 424 : **2**) : **2** : **3** car 12 = 2 x 2 x 3
= (7 212 : 2) : 3
= 3 606 : 3
= 1 202

c. La compensation parallèle dans la division

Si je divise (ou multiplie) l'un des termes par un nombre, je divise (ou multiplie) l'autre terme par ce même nombre.

1 024 : 16 =
↓ : 2 ↓ : 2
512 : 8 =
↓ : 4 ↓ : 4
128 : 2 = 64

Les nombres décimaux : quelques techniques…

a. J'additionne des nombres décimaux

a. Le procédé de base : la décomposition

147,35 + 36,7 = 147,35 + 36,70 **(a.)**
= (147+36) + (0,35 + 0,70) **(b.)**
= 183 + 1,05
= 184.05

a. J'écris chaque terme en centièmes, étant donné qu'un des 2 nombres est en centièmes.
b. J'additionne la partie entière ensemble et la partie décimale ensemble

b. La commutativité : changer les termes de place

3,87 + 456,945 = 456,945 + 3,87 = 460,815

c. L'associativité

3,6 + 2,492 + 17,508 + 26,4 = 3,6 + **(2,492 + 17,508)** + 26,4
= 3,6 + 20 + 26,4
= 23,6 + 26,4
= 50

d. Utiliser la commutativité et l'associativité

3,64 + 12,45 + 170,36 + 12,55 = **(**3,64 + **170,36) + (12,45** + 12,55**)**
= 174 + 25
= 199

e. Autre procédé

276,34 + 8,89 = (276,34 + **10**) – **1,11**
= 286,34 – 1,11
= 285,23

f. La compensation croisée dans l'addition

Si j'ajoute un nombre à l'un des termes de l'addition, je retire ce même nombre à l'autre terme.

37,15 + 56,93 =
↓ – 0,15 ↓ + 0,15
37 + 57,08 = 94,08

ou

37,15 + 56,93 =
↓ – 0,07 ↓ + 0,07
37,08 + 57 = 94,08

b. *Je soustrais des nombres décimaux*

a. Le procédé de base : la décomposition

15,352 - 7,6 = 15,352 - 7,600 — J'écris chaque terme en millièmes
= (15,352 - 7) - 0,600 — Je retire la partie entière puis la partie décimale
= (8,352 - 0,352) - 0,248 — Je retire 0,352 afin d'arriver à un nombre entier
= (8 - 0,200) - 0,040 - 0,008 — Je retire le reste (0,248) que je décompose
= (7,800 - 0,040) - 0,008
= 7,760 - 0,008
= 7,752

Remarque : n'oublie pas que tu peux également "oublier" la virgule pendant ton calcul. Pense à la remettre dans ta réponse finale!

Ou bien…

15,352 - 7,63 = 15,352 - 7,630
= (15,352 - 7) - 0,630
= (8,352 - 0,600) - 0,030
= 7,752 - 0,030
= 7,722

b. Autre procédé

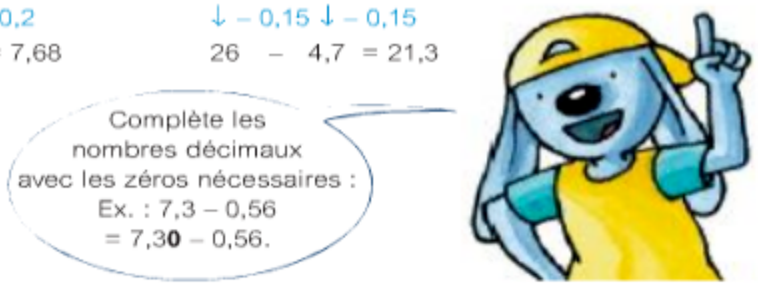
0,55 – 0,085 = (0,55 – **0,1**) + **0,015**
= 0,45 + 0,015
= 0,465

c. La compensation parallèle dans la soustraction

Si j'ajoute (ou retire) un nombre à l'un des termes de la soustraction, j'ajoute (ou je retire) ce même nombre à l'autre terme.

12,48 – 4,8 =
↓ + 0,2 ↓ + 0,2
12,68 – 5 = 7,68

26,15 – 4,85 =
↓ – 0,15 ↓ – 0,15
26 – 4,7 = 21,3



c. Je multiplie des nombres décimaux

a. Le procédé de base : la décomposition d'un des facteurs suivie de la distributivité

1,7 × 23,7 =

1. J'oublie les virgules : 17 × 237

2. J'utilise le carré magique

×	10	7
200	**2000**	**1400**
30	**300**	**210**
7	**70**	**49**

17 × 237 = 2000 + 1400 + 300 + 210 + 70 + 49
= 3400 + 510 + 119
= 3910 + 119
= 4029

3. Je regarde le calcul de départ et je compte le nombre de chiffre qu'il y a au total derrière la virgule : 1,7 × 2,37 Au total, il y a 3 chiffres

1 2 3

4. Je replace la virgule dans ma réponse finale : 4,029

1 2 3

b. Autre procédé

$3 \times 6{,}74 =$

1. J'oublie la virgule : 3×674 centièmes

2. J'applique la distributivité : $(3 \times 600\ c) + (3 \times 70\ c) + (3 \times 4\ c)$
$1800\ c + 210\ c + 12\ c$

3. J'additionne le tout : $1800\ c + 210\ c + 12\ c = 2022\ c$

4. Je replace la virgule : $2022\ c = 20{,}22$

c. La commutativité : changer les termes de place

$2{,}4 \times 1{,}5 = 1{,}5 \times 2{,}4 = 2{,}4 + 1{,}2$
$= 3{,}6$

d. L'associativité

$12{,}5 \times 8 \times 4 \times 0{,}75 = \mathbf{(}12{,}5 \times 8\mathbf{)} \times \mathbf{(}4 \times 0{,}75\mathbf{)}$
$= 100 \times 3$
$= 300$

e. Utiliser la commutativité et l'associativité

$0{,}6 \times 2{,}5 \times 1{,}5 \times 40 = 0{,}6 \times \mathbf{(}2{,}5 \times \mathbf{40)} \times \mathbf{1{,}5}$
$= \mathbf{(}0{,}6 \times 100\mathbf{)} \times 1{,}5$
$= 60 \times 1{,}5$
$= 90$

f. La compensation croisée dans la multiplication

$0{,}56 \times 1{,}25 =$
$\downarrow : 8 \quad \downarrow \times 8$
$0{,}07 \times 10 = 0{,}7$

Si je multiplie un facteur par un nombre, je divise l'autre facteur par ce même nombre.

g. La transformation d'un des facteurs en une fraction équivalente

$432 \times 0{,}01 = 432 \times \frac{1}{100} = (432 : 100) \times 1 = 4{,}32$

$1400 \times 0{,}5 = 1400 \times \frac{5}{10} = 1400 \times \frac{1}{2} = 700$

d. *Je divise des nombres décimaux*

a. Le procédé de base : la décomposition du nombre à diviser

32, 016 : 8

1. Quand c'est le cas, je divise la partie entière par le diviseur et la partie décimale par le diviseur

(32 : 8) + (0,016 : 8)

2. Je calcule le quotient de chaque partie

32 : 8 = 4
0,016 : 8 = 16 millièmes : 8 = 2 millièmes = 0,002

3. J'additionne les deux résultats : 4 + 0,002 = 4,002

Ou bien…

3,64 : 7 =

1. J'oublie la virgule : 364 centièmes : 7

2. Je note la grande table de 7
0, 70, 140, 210, 350, 420

3. Je choisis un nombre proche de mon nombre de départ : 350

4. Je décompose mon nombre de départ : 364 c = 350 c + 14 c

5. Je divise chaque partie de la décomposition par le diviseur : (350 c : 7) + (14 c : 7) = 52 c

6. Je replace la virgule : 52 c = 0,52

b. Autre procédé

29,25 : 0,25 = (**30** : 0,25) – (**0,75** : 0,25)
= 120 – 3
= 117

c. La décomposition du diviseur en facteurs

1,5 : 6 = (1,5 : **3**) : **2**
= 0,50 : 2
= 0,25

d. La compensation parallèle dans la division

Si je divise (ou multiplie) l'un des termes par un nombre, je divise (ou multiplie) l'autre terme par ce même nombre.

Avec la technique des flèches-opérateurs

0,9 : 0,06 =
↓ x 100 ↓ x 100
90 : 6 = 15

Les techniques opératoires

Petit aide mémoire… Pour faire rapidement :

X 2 → on double le nombre
X 4 → x 2 puis x 2
X 8 → x 2 puis x 2 puis x 2

X 5 → x 10 puis : 2
X 50 → x 100 puis : 2
X 500 → x 1000 puis : 2

X 20 → x 10 puis x 2

X 125 → x 1000 puis : 8

X 25 → x 100 puis : 4
X 250 → x 1000 puis : 4

: 2 → : 2
: 4 → : 2 puis : 2
: 8 → : 2 puis : 2 puis : 2

: 5 → : 10 puis x 2
: 50 → : 100 puis x 2
: 500 → : 1000 puis x 2

: 20 → : 2 puis :10

: 125 → : 1000 puis x 8

: 25 → : 100 puis x 4
: 250 → : 1000 puis x 4

CALCUL MENTAL : x 9; x 90; x 99; x 0,9; …; x 11; x 110; x 101; x 1,1; …

Observe que…

n x 9 = (n x 10) – (n x 1)
n x 99 = (n x 100) – (n x 1)
n x 990 = (n x 1000) – (n x 10)
n x 999 = (n x 1000) – (n x 1)
n x 0,9 = (n x 1) – (n x 0,1)

= (n x 1) – (n : 10)

n x 9,9 = (n x 10) – (n x 0,1)

(n x 10) – (n : 10)

n x 99,9 = (n x 100) – (n x 0,1)

Complète toi-même.

n x 11 = ……………………………………………………………
n x 101 = ……………………………………………………………
n x 110 = ……………………………………………………………
n x 1 001 = ……………………………………………………………
n x 1,1 = ……………………………………………………………

= ……………………………………………………………

n x 10,1 = ……………………………………………………………

= ……………………………………………………………

n x 100,1 = ……………………………………………………………

CALCUL MENTAL : MULTIPLICATION PAR 5, PAR 25, PAR 50, …

CALCUL MENTAL : DIVISION PAR 5, PAR 25, PAR 50, …

N x 5 = (N x 10) : 2

N x 50 = (N x ……) : ……

N x 500 = (N x ……) : ……

N x 2,5 = (N x 10) : 4

N x 25 = (N x ……) : ……

N x 250 = (N x ……) : ……

N x 1,25 = (N x ……) : ……

N x 12,5 = (N x ……) : ……

Un peu plus difficile…

N x 0,5 = (N x ……) : ……

= N : ……

N x 0,25 = (N x ……) : ……

= N : ……

N x 0,125 = (N x ……) : ……

= N : ……

N : 5 = (N : 10) x 2

N : 50 = (N : ……) x ……

N : 500 = (N : ……) x ……

N : 2,5 = (N : 10) x 4

N : 25 = (N : ……) x ……

N : 250 = (N : ……) x ……

N : 1,25 = (N : ……) x ……

N : 12,5 = (N : ……) x ……

Un peu plus difficile…

N : 0,5 = (N : ……) x ……

= N x ……

N : 0,25 = (N : ……) x ……

= N x ……

N : 0,125 = (N : ……) x ……

= N x ……

CALCUL MENTAL : MULTIPLICATION PAR 0,5, PAR 0,25, PAR 0,125

À la page 64 de ton cahier, tu avais découvert que…

N x 0,5 = (N x ……) : ……

N x 0,25 = (N x ……) : ……

N x 0,125 = (N x ……) : ……

Tu en avais donc déduit que…

N x 0,5 = N : ……

N x 0,25 = N : ……

N x 0,125 = N : ……

CALCUL MENTAL : DIVISION PAR 0,5, PAR 0,25, PAR 0,125

À la page 64 de ton cahier, tu avais découvert que…

N : 0,5 = (N : ……) x ……

N : 0,25 = (N : ……) x ……

N : 0,125 = (N : ……) x ……

Tu en avais donc déduit que…

N : 0,5 = N x ……

N : 0,25 = N x ……

N : 0,125 = N x

Les opérations avec les parenthèses

a. Les priorités dans les opérations

- Dans une expression mathématique, les multiplications et les divisions sont prioritaires sur les additions et les soustractions.
- Réalise les opérations de gauche à droite.

Ex.: 5 + 2 x 6 = 5 + 12 = 17
50 – 40 : 10 = 50 – 4 = 46

b. Les opérations entre parenthèses sont toujours prioritaires

Ex.: (5 + 2) x 6 = 7 x 6 = 42
(50 – 40) : 10 = 10 : 10 = 1

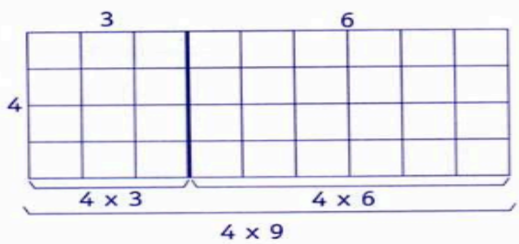
Les parenthèses	
multiplications	divisions
additions	soustractions

gauche droite

La distributivité

Distributivité

Dans une multiplication ou dans une division, la propriété de **distributivité** permet de décomposer, en une somme ou en une différence, un terme de l'opération et de répartir sur l'autre terme les nombres obtenus.



(4 x 3) + (4 x 6) :

Multiplication

x sur +

6 x 27 = 6 x (20 + 7) = (6 x 20) + (6 x 7) = 120 + 42 = 16

11 x 43 = (10 + 1) x 43 = (10 x 43) + (1 x 43) = 430 + 43

x sur –

6 x 27 = 6 x (30 – 3) = (6 x 30) – (6 x 3) = 180 – 18 = 16

9 x 68 = (10 – 1) x 68 = (10 x 68) – (1 x 68) = 680 – 68 = 612

Division

: sur +

528 : 8 = (480 + 48) : 8 = (480 : 8) + (48 : 8) = 60 + 6 = 66

Ce n'est possible qu'avec la décomposition du *dividende*

: sur –

528 : 8 = (560 – 32) : 8 = (560 : 8) – (32 : 8) = 70 – 4 = 66

Ce n'est possible qu'avec la décomposition du *dividende*.

Exemple
792 : 9 n'est pas égal à (792 : 10) – (792 : 1) !